المـتـتـاليات (الحسابية والهندسية)

المتتالية الحسابية

$$\boxed{u_{n+1}=u_n+r}$$

r هو الأساس ($r\in\mathbb{R}$)

الحد العام:

$$\boxed{u_n=u_p+(n-p)r}$$

n و p عددان طبيعيان

$$u_n=u_0+nr$$

$$u_n=u_1+(n-1)r$$

الوسط الحسابي:

$$\boxed{a+c=2b}$$

a، b و c حدود متتابعة

المجاميع:

$$S_n=u_p+u_{p+1}+\ldots+u_n$$

$$\boxed{S_n=\frac{n-p+1}{2}(u_p+u_n)}$$

$$u_0+u_1+\ldots+u_n=\frac{n+1}{2}(u_0+u_n)$$

$$u_1+u_2+\ldots+u_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)$$

$$\boxed{1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}}$$

المتتالية الهندسية

$$\boxed{v_{n+1}=q.v_n}$$

q هو الأساس ($q\in\mathbb{R}^*$)

الحد العام:

$$\boxed{v_n=v_p\,.\,q^{n-p}}$$

$$v_n=v_0\,.\,q^n \qquad v_n=v_1\,.\,q^{n-1}$$

الوسط الهندسي:

$$\boxed{a\times c=b^2}$$

a، b و c حدود متتابعة.

المجاميع:

$$S_n=v_p+v_{p+1}+\ldots+v_n$$

$$\boxed{S_n=v_p\left(\frac{1-q^{n-p+1}}{1-q}\right)} \qquad q\neq 1$$

$$v_0+v_1+\ldots+v_n=v_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$$

$$v_1+v_2+\ldots+v_n=v_1\left(\frac{1-q^{n}}{1-q}\right)$$

$$\boxed{1+q+q^2+\ldots+q^n=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}}$$

المـتـتـاليات (التغيرات والتقارب)

تـغـيرات مـتـتـالية

- ♦ لدراسة تغيرات متتالية، ندرس إشارة الفرق $u_{n+1}-u_n$

$u_{n+1}-u_n>0$: المتتالية (u_n) متزايدة تماما

$u_{n+1}-u_n<0$: المتتالية (u_n) متناقصة تماما

$u_{n+1}-u_n=0$: المتتالية (u_n) ثابتة.

- ♦ إذا كانت $u_n>0$: نقارن النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ مع 1.

- ♦ إذا كانت $u_n=f(n)$: ندرس تغيرات f على $[0\,;+\infty[$.

وهناك طرق أخرى لدراسة تغيرات متتالية.

تـقـارب مـتـتـالية

المتتالية (u_n) متقاربة إذا كانت: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=l$.

- ♦ إذا كانت (u_n) محدودة من الأعلى $(u_n<\mathrm{M})$ ومتزايدة فإنها متقاربة.
- ♦ إذا كانت (u_n) محدودة من الأسفل $(u_n>\mathrm{m})$ ومتناقصة فإنها متقاربة.

مـتـتـاليـتان مـتـجـاورتان

- ♦ إحداهما متناقصة والأخرى متزايدة.
- ♦ $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-v_n)=0$.

المتتاليتان المتجاورتان تقبلان النهاية نفسها.